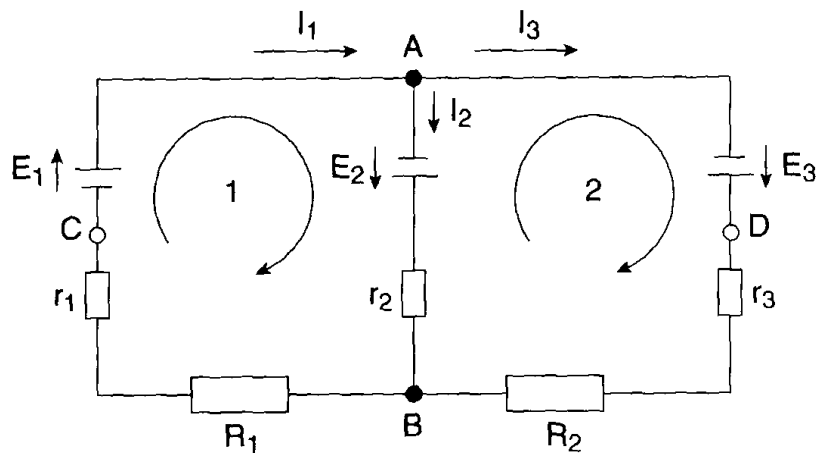




APLICAÇÃO DAS LEIS DE KIRCHHOFF NA ANÁLISE DE REDES

Vamos, através de um exemplo, ver quais as regras a utilizar na análise de uma rede eléctrica, utilizando as leis de Kirchhoff

Considere-se o circuito seguinte:



Ver:

→ Quantas correntes tem a rede? N° correntes = n° de ramos

Tem três ramos, logo tem três corrente: I_1 , I_2 e I_3

→ Quantas forças electromotrizes tem a rede?

Tem 3 fontes → tem 3 f.e.m.: E_1 , E_2 e E_3

→ Quantas resistências tem a rede?

Tem 5 resistências: R_1 e R_2 (receptores térmicos) e mais r_1 , r_2 e r_3 (resistências internas dos geradores)

→ Quantas malhas tem a rede?

Tem três malhas: ABCA, ADBA e ADBCA

→ Quantas das malhas são independentes?

Duas. Por exemplo ABCA e ADBA

→ Quantos nós tem a rede?

Tem dois: A e B

→ Quantos nós distintos tem a rede?

Tem apenas um, pois ambos os nós conduzem à mesma equação para as correntes:

$$I_1 = I_2 + I_3$$



Objectivos (normais neste tipo de problema)

→ Normalmente sabemos os valores das f.e.m. das fontes e das resistências.

→ Então o que pretendemos **calcular** com o estudo do circuito são as **correntes**.

→ Neste caso temos **três correntes**, logo precisamos de **três equações**.

Essas três equações serão:

. Duas leis das malhas (independentes)

. Uma lei dos nós (distintos)

Sequência de procedimentos:

1 - Arbitram-se, no esquema, os sentidos das correntes (ver figura)

2 - Aplica-se a lei dos nós a “todos os nós, menos um”:

$$\text{Aplicando ao nó A: } I_1 = I_2 + I_3$$

3 - Representam-se os sentidos das setas das f.e.m. (de - para +) (ver figura)

4 - Definem-se as malhas independentes que vamos usar e escolhe-se/arbitra-se um sentido de circulação para cada uma delas (ver figura)

5 - Aplica-se a lei das malhas a cada malha escolhida.

Aqui, consideramos positivas as f.e.m. que tiverem o mesmo sentido de circulação da malha e negativas as outras.

Idem para as quedas de tensão, sendo que estas têm o mesmo sentido da corrente nesse ramo.

Então, no nosso caso, teremos:

$$\text{malha 1: } \sum E = \sum (R.I) \Leftrightarrow E_1 + E_2 = (R_1 + r_1).I_1 + r_2.I_2$$

$$\text{malha 2: } \sum E = \sum (R.I) \Leftrightarrow E_3 - E_2 = - r_2 .I_2 + (R_2 + r_3).I_3$$

Ficamos, então, com um sistema de 3 equações a 3 incógnitas:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$E_1 + E_2 = (R_1 + r_1).I_1 + r_2.I_2$$

$$E_3 - E_2 = - r_2 .I_2 + (R_2 + r_3).I_3$$

que pode ser resolvido **matematicamente** ou através de **software informático** (EWB, por exemplo).



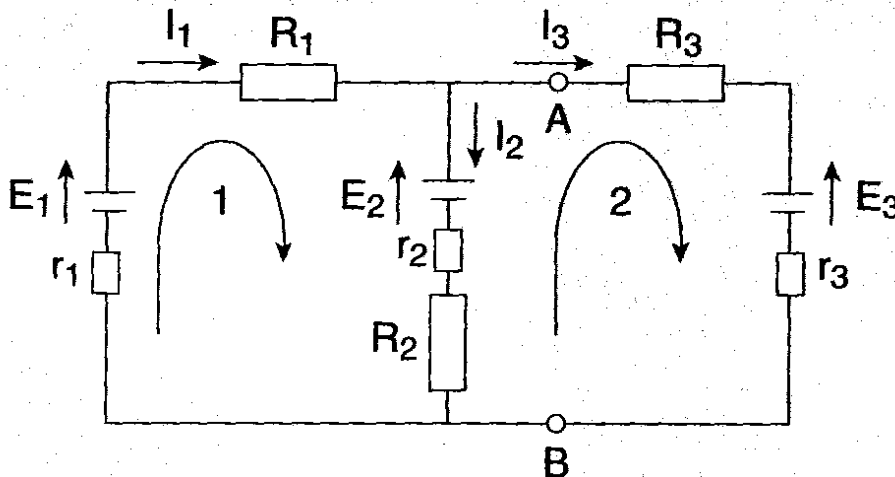
nota: Caso obtenhamos valores de corrente negativos, o que isso indica é que o sentido que arbitrámos para essa corrente é, na realidade, o sentido contrário.

Problemas:

Vamos agora resolver no quadro um problema concreto completo e depois os alunos resolverão, individualmente, um outro exemplo concreto.

1. → Observe o esquema eléctrico representado, em que: $E_1 = 15 \text{ V}$, $E_2 = 9 \text{ V}$, $E_3 = 6 \text{ V}$, $r_1 = 0,3 \Omega$, $r_2 = 0,2 \Omega$, $r_3 = 0,1 \Omega$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$.

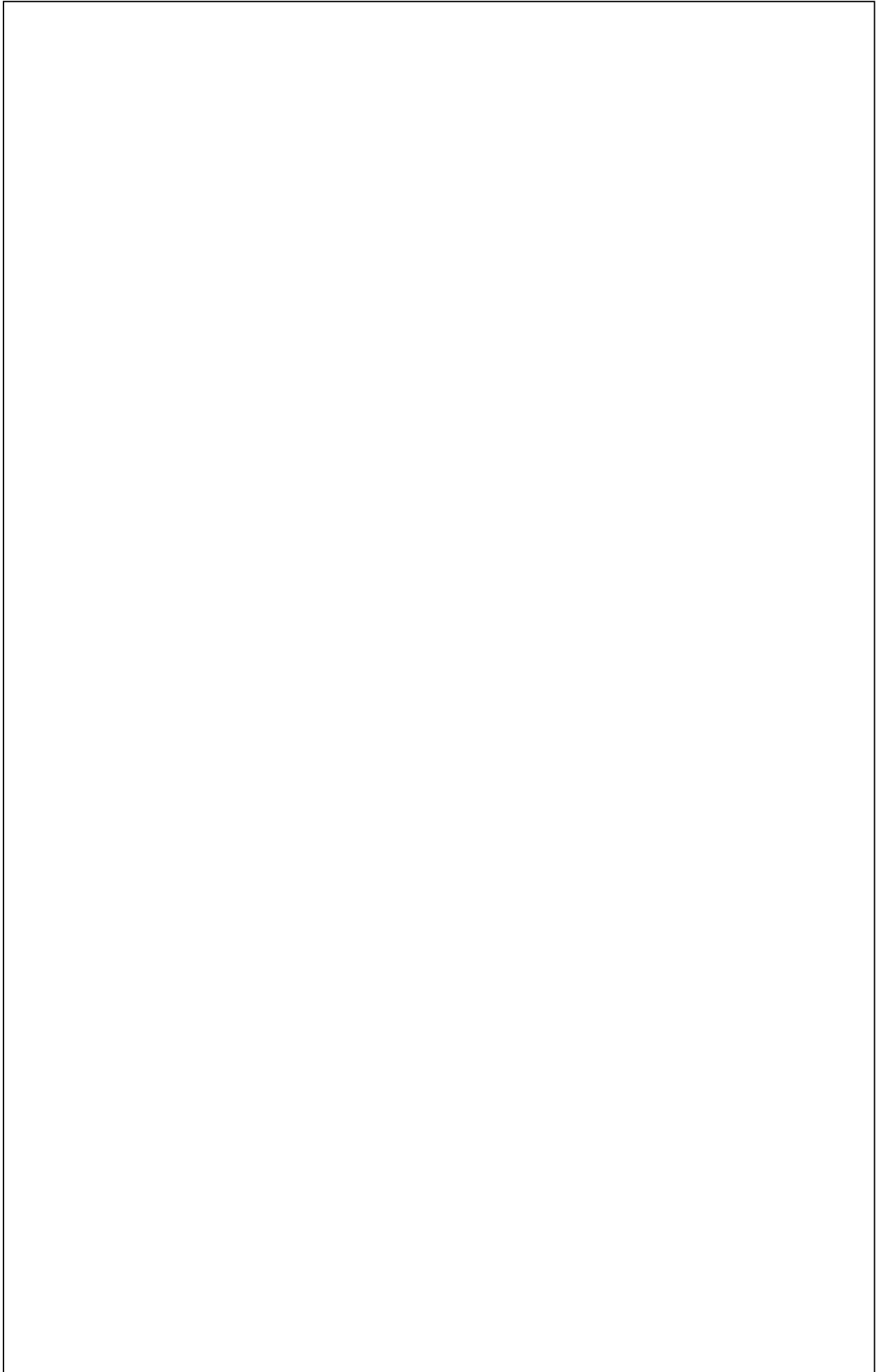
- a) Apresente o sistema de equações que permite calcular as correntes
- b) Calcule as correntes I_1 , I_2 e I_3
- c) Indique, no esquema, os sentidos correctos das correntes
- d) Calcule a tensão entre os pontos A e B.



(Comprovar os resultados no EWB)

2. → Observe o esquema eléctrico representado, em que: $E_1 = 12 \text{ V}$, $E_2 = 9 \text{ V}$, $E_3 = 15 \text{ V}$, $r_1 = 0,3 \Omega$, $r_2 = 0,2 \Omega$, $r_3 = 0,1 \Omega$, $R_1 = 2,5 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$.

- a) Apresente o sistema de equações que permite calcular as correntes
- b) Calcule as correntes I_1 , I_2 e I_3
- c) Indique, no esquema, os sentidos correctos das correntes
- d) Calcule a tensão entre os pontos A e B.





Sites com animações (flash e java applets) sobre a aplicação das leis de kirchhoff

<http://www.eas.asu.edu/~holbert/ece201/loopanalysis.html>

Escrever as equações do sistema - malhas

<http://www.eas.asu.edu/~holbert/ece201/nodalanalysis.html>

Escrever as equações do sistema - nós

<http://www.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/electri/kirchhoff.html>

exercício leis kirchhoff com 3 malhas